

11. Параметрични уравнения на права

Параметрични уравнения на права, минаваща през точка и колинеарна на вектор. Нека сме фиксирали афинна координатна система $K = Oe_1e_2$. Една права l може да се определи с точка P_0 , която лежи на правата и вектор a колинеарен на нея. Нека $t.P$ е произволна точка от l . $\overrightarrow{P_0P}$ е колинеарен с a , следователно $\overrightarrow{P_0P} = \lambda a$, където $\lambda \in \mathbb{R}$. Когато $t.P$ обхожда цялата права l , λ обхожда интервала $(-\infty, +\infty)$ и обратното. Нека P_0 има координати (x_0, y_0) , а P съответно (x, y) . Векторът $\overrightarrow{P_0P}$ има координати $(x - x_0, y - y_0)$ и нека $a(a_1, a_2)$. Тогава може да съставим равенствата:

$$\begin{aligned}x - x_0 &= \lambda a_1, \\y - y_0 &= \lambda a_2,\end{aligned}$$

и оттук получаваме

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \lambda a_1, \\y &= y_0 + \lambda a_2,\end{aligned}$$

Нека сега положим $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$, $\mathbf{r}_0 = \overrightarrow{OP_0}$, като вземем предвид векторното равенство:

$$\overrightarrow{P_0P} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP_0},$$

можем да запишем $\overrightarrow{P_0P} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \lambda a$, или

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda a.$$

Последното наричаме векторно параметрично уравнение на правата l . Векторът \mathbf{r} наричаме текущ радиус-вектор на точката P , а P наричаме текуща точка върху правата l . Също така можем да изключим параметъра λ от горните уравнения, така получаваме:

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} (= \lambda).$$

Параметрични уравнения на права, минаваща през две точки. Нека сега правата l е определена от две точки, $P_1(x_1, y_1)$ и $P_2(x_2, y_2)$. Този случай можем да го сведем до предника като положим $P_1 = P_0$. Също така знаем и вектора $\mathbf{a} = \overrightarrow{P_1P_2}(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ | о то тук може директно да напишем:

$$\begin{aligned}x &= x_1 + \lambda(x_2 - x_1), \\y &= y_1 + \lambda(y_2 - y_1), \\ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} &= \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} (= \lambda).\end{aligned}$$

Тези формули се наричат скалярни параметрични уравнения на права, определена с две точки.